

〔 I 〕 以下の間の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ にあてはまる適切な数，座標または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 3つの箱 A, B, C がある。A の中には赤玉 3 個と白玉 2 個が，B の中には赤玉 3 個と白玉 4 個が入っており，C には何も入っていない。これを初期状態とする。箱の中から玉を取り出すときは，無作為に取り出すものとする。

(i) 初期状態から，A と B それぞれから 1 個ずつ玉を取り出して C の中に入れたとき，C の中に赤玉が少なくとも 1 個入る確率は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(ii) 初期状態から，A と B それぞれから 1 個ずつ玉を取り出して C の中に入れ，続けて B と C それぞれから同時に 1 個ずつ玉を取り出し交換して箱の中に入れたとき，C の中に赤玉が 2 個入る確率は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $OA = OB = 1$ の三角形 OAB において，辺 OA 上の点 C は $OC : CA = p : (1 - p)$ を満たし，辺 OB 上の点 D は $OD : DB = (1 - p) : p$ を満たす。ただし， p は $0 < p < 1$ を満たす実数とする。2つの線分 AD と BC の交点を E とし，直線 OE と辺 AB との交点を F とする。

(i) \overrightarrow{OE} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表すと， $\overrightarrow{OE} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(ii) $AF : FB = 9 : 4$ ， $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}$ であるとき， $p = \boxed{\text{エ}}$ であり， $\cos \angle AOB = \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) n は自然数とする。 $a_1 = \frac{1}{2}$ ， $n \geq 2$ のときは $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{n}{(n+1)(n-1)}$ で定義される数列 $\{a_n\}$ がある。

(i) $a_3 = \boxed{\text{カ}}$ であり， $n \geq 6$ のとき a_n を a_{n-5} と n の式で表すと， $a_n = \boxed{\text{キ}}$ である。

(ii) a_n を n の式で表すと $a_n = \boxed{\text{ク}}$ であり， $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めると， $\sum_{k=1}^n a_k = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(4) a, b を正の定数とする。 xy 平面上に直線 $l: y = b$ と l 上の点 $P(p, b)$, 放物線 $C: y = ax^2$ がある。点 P の x 座標 p は $p \neq 0$ であり, y 座標 b は不等式 $b > ap^2$ を満たす。点 Q を, 直線 PQ が y 軸と平行となるように放物線 C 上にとる。点 Q における放物線 C の接線を m とし, 接線 m と y 軸および直線 l との交点をそれぞれ S, T とする。

(i) 接線 m の方程式は である。

(ii) y 軸の正の部分に点 R を, $\angle RQS = \angle PQT$ となるようにとると, 点 R の座標は である。

(5) 1 辺の長さが 2 の立方体 T と, 半径の長さが r である球 S がある。

(i) 球 S が立方体 T に内接する球であるとき, $r =$ である。

(ii) 球 S が立方体 T に外接する球であるとき, $r =$ である。

(iii) 球 S が立方体 T の 12 辺すべてに接するとき $r =$ であり, 球 S の体積のうち立方体 T の外側にある部分の体積は である。

《 [Ⅱ][Ⅲ][Ⅳ] は, 12ページ以降にあります 》

〔Ⅱ〕 以下の問に答えなさい。解答用紙の所定の欄に、求めるまでの過程も適切に記述しなさい。

x の方程式

$$x^3 + (p^2 - 4)x^2 - (8p + 1)x + 16 = 0 \quad \cdots (*)$$

がある。 p は実数とする。

- (1) $p = 1$ のとき、 $(*)$ が相異なる 3 つの実数解を持つことを示しなさい。

- (2) $(*)$ の 3 つの解を α, β, γ とし、複素数平面上の 3 点を $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ とする。3 点 A, B, C を頂点とする三角形 ABC が存在し、その重心が原点と一致するような p の値をすべて求めなさい。

〔Ⅲ〕 以下の間の ～ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

x の関数 $f(x) = e^{-x}$, $g(x) = e^{-x}\cos 2x$ がある。ただし、定義域は $x \geq 0$ である。

(1) $e^{-x}\sin 2x$ と $e^{-x}\cos 2x$ をそれぞれ x で微分すると、 $\frac{d}{dx}(e^{-x}\sin 2x) = \text{タ}$,
 $\frac{d}{dx}(e^{-x}\cos 2x) = \text{チ}$ である。

(2) (1)の結果を用いて不定積分 $\int e^{-x}\cos 2x dx$ を求めると、 $\int e^{-x}\cos 2x dx = \text{ツ} + C$ である。ただし、 C は積分定数とする。

(3) xy 平面上に関数 $f(x)$ と $g(x)$ のグラフ、 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ がある。 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点を、その x 座標が小さい順に $P_0, P_1, \dots, P_k, \dots$ と表し、 P_k の x 座標を a_k とおく。ただし、 k は 0 以上の整数とし、 $a_0 = 0$ である。

区間 $[a_k, a_{k+1}]$ において、2つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ に囲まれる図形の面積を A_k とする。

(i) a_k を k を用いて表すと、 $a_k = \text{テ}$ である。

(ii) A_0 を求めると、 $A_0 = \text{ト}$ であり、 A_k を A_0 を用いて表すと、 $A_k = \text{ナ}$ である。

(iii) $\sum_{k=0}^{\infty} A_k$ を求めると、 $\sum_{k=0}^{\infty} A_k = \text{ニ}$ である。

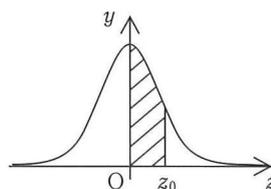
[IV] 以下の問の \square ヌ \sim \square ヒ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
 \square ノ, \square ハ については, 値が小数第 2 位までで割り切れない場合は, 小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位まで求めなさい。 \square ヌ, \square ヒ については, 必要に応じて 15 ページの正規分布表を用い, 値は小数第 5 位まで答えなさい。

ある大学の入学試験は受験者数が 2500 人であり, 得点の平均値が 220 点, 標準偏差が 60 点であった。ただし, 入学試験の得点は 0 以上の整数であり, 平均値と標準偏差の数値は四捨五入されていない正確な値である。また得点の分布は正規分布であるとみなして良い。

- (1) 得点が 250 点以上 270 点以下である受験生は, 全受験生の \square ヌ $\times 100\%$ である。
- (2) 全受験生のうち, 得点が K 点以上である受験生は 50 名であった。このときの K の値は \square ネ である。
- (3) 全受験生から無作為に選んだ 100 名の得点の平均値を表す確率変数を \bar{X} とすると, \bar{X} は近似的に正規分布 $N(\square$ ノ, \square ハ $)$ に従う。 \bar{X} が 212 点以上 232 点以下となる確率は \square ヒ である。

正規分布表

以下は、標準正規分布の分布曲線における
右の斜線部分の面積の値をまとめた表です。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.00000	0.00399	0.00798	0.01197	0.01595	0.01994	0.02392	0.02790	0.03188	0.03586
0.1	0.03983	0.04380	0.04776	0.05172	0.05567	0.05962	0.06356	0.06749	0.07142	0.07535
0.2	0.07926	0.08317	0.08706	0.09095	0.09483	0.09871	0.10257	0.10642	0.11026	0.11409
0.3	0.11791	0.12172	0.12552	0.12930	0.13307	0.13683	0.14058	0.14431	0.14803	0.15173
0.4	0.15542	0.15910	0.16276	0.16640	0.17003	0.17364	0.17724	0.18082	0.18439	0.18793
0.5	0.19146	0.19497	0.19847	0.20194	0.20540	0.20884	0.21226	0.21566	0.21904	0.22240
0.6	0.22575	0.22907	0.23237	0.23565	0.23891	0.24215	0.24537	0.24857	0.25175	0.25490
0.7	0.25804	0.26115	0.26424	0.26730	0.27035	0.27337	0.27637	0.27935	0.28230	0.28524
0.8	0.28814	0.29103	0.29389	0.29673	0.29955	0.30234	0.30511	0.30785	0.31057	0.31327
0.9	0.31594	0.31859	0.32121	0.32381	0.32639	0.32894	0.33147	0.33398	0.33646	0.33891
1.0	0.34134	0.34375	0.34614	0.34850	0.35083	0.35314	0.35543	0.35769	0.35993	0.36214
1.1	0.36433	0.36650	0.36864	0.37076	0.37286	0.37493	0.37698	0.37900	0.38100	0.38298
1.2	0.38493	0.38686	0.38877	0.39065	0.39251	0.39435	0.39617	0.39796	0.39973	0.40147
1.3	0.40320	0.40490	0.40658	0.40824	0.40988	0.41149	0.41309	0.41466	0.41621	0.41774
1.4	0.41924	0.42073	0.42220	0.42364	0.42507	0.42647	0.42786	0.42922	0.43056	0.43189
1.5	0.43319	0.43448	0.43574	0.43699	0.43822	0.43943	0.44062	0.44179	0.44295	0.44408
1.6	0.44520	0.44630	0.44738	0.44845	0.44950	0.45053	0.45154	0.45254	0.45352	0.45449
1.7	0.45543	0.45637	0.45728	0.45818	0.45907	0.45994	0.46080	0.46164	0.46246	0.46327
1.8	0.46407	0.46485	0.46562	0.46638	0.46712	0.46784	0.46856	0.46926	0.46995	0.47062
1.9	0.47128	0.47193	0.47257	0.47320	0.47381	0.47441	0.47500	0.47558	0.47615	0.47670
2.0	0.47725	0.47778	0.47831	0.47882	0.47932	0.47982	0.48030	0.48077	0.48124	0.48169
2.1	0.48214	0.48257	0.48300	0.48341	0.48382	0.48422	0.48461	0.48500	0.48537	0.48574
2.2	0.48610	0.48645	0.48679	0.48713	0.48745	0.48778	0.48809	0.48840	0.48870	0.48899
2.3	0.48928	0.48956	0.48983	0.49010	0.49036	0.49061	0.49086	0.49111	0.49134	0.49158
2.4	0.49180	0.49202	0.49224	0.49245	0.49266	0.49286	0.49305	0.49324	0.49343	0.49361
2.5	0.49379	0.49396	0.49413	0.49430	0.49446	0.49461	0.49477	0.49492	0.49506	0.49520
2.6	0.49534	0.49547	0.49560	0.49573	0.49585	0.49598	0.49609	0.49621	0.49632	0.49643
2.7	0.49653	0.49664	0.49674	0.49683	0.49693	0.49702	0.49711	0.49720	0.49728	0.49736
2.8	0.49744	0.49752	0.49760	0.49767	0.49774	0.49781	0.49788	0.49795	0.49801	0.49807
2.9	0.49813	0.49819	0.49825	0.49831	0.49836	0.49841	0.49846	0.49851	0.49856	0.49861
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49897	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997